

---

## Kolokvij iz fizike elementarnih čestica 12. veljače 2008.

---

### 1. (11 bodova)

Na akceleratoru LEP sudarani su elektroni i pozitroni. Za energije elektrona i pozitrona od 45.6 GeV moguće je producirati  $Z^0$  bozon u mirovanju.

$$e^-e^+ \rightarrow Z^0$$

- (a) Kolika je masa  $Z^0$  bozona?
- (b) Koliku energiju bi trebao imati pozitron da se u sudaru s mirujućim elektronom može producirati  $Z^0$  bozon?
- (c)  $Z^0$  bozon se može raspasti na mion i antimion.

$$Z^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$$

Kolika je brzina miona, nastalog u raspadu mirujućeg  $Z^0$  bozona?

- (d) Oko točke raspada  $Z^0$  bozona postavljen je sferični detektor. Nađite polumjer sferičnog detektora, ako se unutar njega raspadne polovica nastalih miona. (vrijeme života miona  $\tau = 2.2 \times 10^{-6}$ s)

### 2. (12 bodova)

Pioni ( $\pi^+, \pi^0, \pi^-$ ) i sigma barioni ( $\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ ) predstavljaju triplete u izospinskom prostoru, dok nukleoni ( $p, n$ ) i kaoni ( $K^+, K^0$ ) predstavljaju dublete. Uz pretpostavku invarijantnosti jake interakcija na rotacije u izospinskom prostoru, pronađite relaciju koja povezuje amplitude za sljedeće procese:

$$\pi^- p \rightarrow K^0 \Sigma^0$$

$$\pi^- p \rightarrow K^+ \Sigma^-$$

$$\pi^+ p \rightarrow K^+ \Sigma^+$$

### 3. (7 bodova)

Klasificirajte sljedeće raspade kao **jake**, **elektromagnetske**, **slabe**, ili **zabranjene**:

- (a)  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , (b)  $\pi^+ \rightarrow K^+ \bar{K}^0$ , (c)  $\Lambda^0 \rightarrow p e^-$ , (d)  $D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ,
- (e)  $D^+ \rightarrow p + \pi^0$ , (f)  $\omega(782) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , (g)  $\pi^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ .

Ukoliko su zabranjeni, objasnite zašto.

## 4. (15 bodova)

Dva koordinatna sustava  $x$  i  $x'$  su povezana preko Lorentzove transformacije  $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$ . Rješenja Diracove jednačbe, Diracovi spinori, transformiraju se na način:

$$\psi'(x') = S(\Lambda)\psi(x)$$

Za infinitezimalnu Lorentzovu transformaciju  $\Lambda$  i  $S(\Lambda)$  imaju oblik:

$$\begin{aligned}\Lambda^\mu_\nu &= g^\mu_\nu + \omega^\mu_\nu \\ S(\Lambda) &= 1 - \frac{i}{4}\omega_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}.\end{aligned}$$

Koristeći  $g_{\mu\sigma}\omega^\sigma_\nu \equiv \omega_{\mu\nu} = -\omega_{\nu\mu}$  pokažite da je izborom  $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$  zadovoljena relacija:

$$S^{-1}(\Lambda)\gamma^\mu S(\Lambda) = \Lambda^\mu_\nu \gamma^\nu.$$

Uputa: Možete zanemariti članove višeg reda u  $\omega$  jer se radi o infinitezimalnoj transformaciji.

## 5. (25 bodova)

Razmotrite proces  $e^-(p_1, s_1)e^-(p_2, s_2) \rightarrow e^-(p_3, s_3)e^-(p_4, s_4)$ .

(a) Nacrtajte sve dijagrame koji doprinose ovom procesu u vodećem redu računa smetnje za QED. Korištenjem Feynmanovih pravila za QED napišite amplitudu za ovaj proces u vodećem redu.

(b) Izračunajte usrednjeni, nepolarizirani kvadrat invarijantne amplitude,  $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ , u ultrarelativističkom limesu zanemarujući masu elektrona. Izrazite rezultat pomoću Mandelstamovih varijabli  $s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $t = (p_1 - p_3)^2$  i  $u = (p_1 - p_4)^2$ .

Čestica	Kvarkovski sadržaj	Masa
$e^-$	/	0.51 MeV
$\mu^-$	/	105.7 MeV
p	$uud$	938.27 MeV
$\pi^+$	$u\bar{d}$	139.6 MeV
$\pi^0$	$(u\bar{u} - d\bar{d})$	135.0 MeV
$\pi^-$	$\bar{u}d$	139.6 MeV
$\Lambda^0$	$uds$	1115 MeV
$K^+$	$u\bar{s}$	493.7 MeV
$\bar{K}^0$	$s\bar{d}$	497.7 MeV
$D_s^+$	$c\bar{s}$	1968.5 MeV
$D^+$	$c\bar{d}$	1869.3 MeV
$\omega(782)$	$c_1(u\bar{u} - d\bar{d}) + c_2s\bar{s}$	782.6 MeV